

# SINGULARNA I ZDEGENEROWANA DYFUZJA W MODELACH CHEMOTAKSJI

D. Wrzosek

Uniwersytet Warszawski  
Warszawa  
DAREKW@MIMUW.EDU.PL

## Abstrakt

Rozważamy modele chemotaksji należące do klasy modeli Kellera-Segel opisujące ruch komórek w kierunku gradientu pewnej substancji chemicznej  $v$  (chemoatraktanta) wydzielanej przez same komórki. Przyjmujemy przy tym, że gęstość  $u$  komórek nie przekracza pewnej progowej wartości  $M$ . W poszczególnych modelach, których przegląd znaleźć można w [2], rozważa się różne typy dyfuzji komórek, gdy ich gęstość osiąga wartości bliskie  $M$ . W uproszczonej wersji dostaje się następujący quasi-liniowy układ paraboliczny

$$\begin{aligned}\partial_t u &= \nabla \cdot \left( (M - u)^\alpha \nabla u - u(M - u)^\beta \nabla v \right) \\ \partial_t v &= \Delta v + \gamma u - \sigma v,\end{aligned}$$

na  $(0, +\infty) \times \Omega$ , przy zerowym strumieniu na brzegu obszaru regularnego  $\Omega \subset R^n$ ,  $\gamma, \sigma$  stałych dodatnich i warunku początkowym  $(u_0, v_0)$  takim, że  $0 \leq u_0(x) < M$  i  $v_0(x) \geq 0$  dla  $x \in \Omega$ . Według klasyfikacji Aronsona przypadek  $\alpha > 0$  odpowiada zdegenerowanej dyfuzji, gdy  $\alpha \in (-1, 0)$  mamy szybką dyfuzję, a dla  $\alpha \in (-\infty, -1)$  superdyfuzję. Przyjmujemy, że  $\beta \geq 0$  jest ustaloną stałą charakteryzującą "siłę" chemotaksji. Rozważany układ obejmuje modele Wang'a i Hillena (2007) oraz Lushnikova (2008) badane w [1]. Poszukujemy relacji pomiędzy parametrami  $\alpha$  i  $\beta$ , przy których istnieją globalne w czasie rozwiązania klasyczne bądź słabe, w pewnych przypadkach jednostajnie w czasie oddzielone od progu  $M$ . W przypadku dyfuzji zdegenerowanej otrzymujemy rezultaty bliskie do optymalnych.

## Literatura

- [1] D. Wrzosek, *Model of chemotaxis with threshold density and singular diffusion.*, Nonlinear Analysis 73 (2010) pp 338-349.
- [2] D. Wrzosek, *Volume filling effect in modelling chemotaxis.*, Math. Model. Nat. Phenom. 5 (2010) pp. 123-147