

PROBLEM Z PRZESZKODĄ DLA RÓWNIANIA BLACKA-SCHOLESZA

A. Rozkosz

Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
ROZKOSZ@MAT.UNI.TORUN.PL

Abstrakt

W matematyce finansowej, w teorii wyceny opcji amerykańskich, pojawia się następujący problem z przeszkodą:

$$\begin{cases} \min(u(t, x) - g(x), -L_{BS}u(t, x) + ru(t, x)) = 0, & (t, x) \in [0, T] \times R, \\ u(T, x) = g(x), & x \in R. \end{cases} \quad (*)$$

Powyżej $g(x) = (x - K)^+$ dla pewnej stałej $K > 0$, a L_{BS} jest operatorem zadany wzorem

$$L_{BS}u = \partial_t u + (r - d)x\partial_x u + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 \partial_{xx}^2 u.$$

Wiadomo, że problem (*) ma jednoznaczne rozwiązanie lepkościowe. Jego wartość V w punkcie $(0, x)$ jest ceną sprawiedliwą amerykańskiej opcji kupna wystawionej na akcję, której cena w chwili 0 wynosi x i dynamika zmiany ceny zadana jest przez pewien proces stochastyczny wyznaczony jednoznacznie przez parametry r, d, σ . Ważnym problemem praktycznym jest szacowanie V .

W komunikacie przedstawimy inne podejście do badania problemu (*). Zamiast rozwiązań lepkościowych rozważać będziemy mocne rozwiązania pewnego równania z miarą po prawej stronie związanego z (*). Nasze przeformułowanie zagadnienia (*) daje więcej informacji o naturze rozwiązania. W komunikacie podamy podstawowe własności rozwiązań rozważanego zagadnienia oraz ich interpretację probabilistyczną w terminach tzw. stochastycznych równań różniczkowych wstecz. Podamy również przykłady bardzo prostych w implementacji schematów numerycznych dla V , których zbieżność można udowodnić korzystając ze wskazanej interpretacji probabilistycznej.

Przedstawione w komunikacie wyniki uzyskane zostały wspólnie z T. Klimsiakiem.