ASYMPTOTYKA ROZWIĄZAŃ ZAGADNIEŃ Z MOCNO OSOBLIWYMI JĄDRAMI

A. Raczyński

Instytut Matematyczny
Uniwersytet Wrocławski
Wrocław
ANDRZEJ.RACZYNSKI@MATH.UNI.WROC.PL

Abstrakt

Rozpatrzmy zagadnienie Cauchy'ego

$$u_t = \Delta u + \nabla \cdot (u(\nabla K * u)),$$

$$u(x, 0) = u_0(x)$$

dla $(x, t) \in \mathbf{R}^n \times (0, \infty)$. Załóżmy, że jądro K jest jądrem *mocno osobliwym*, tzn. takim, że $\nabla K \in L^{q'}(\mathbf{R}^n)$ dla pewnego $q' \in [1, n]$ i $\nabla K \notin L^p(\mathbf{R}^n)$ dla każdego $p > n$.

Celem referatu jest prezentacja wyniku dotyczącego asymptotyki rozwiązań rozważanego zagadnienia Cauchy'ego.

W pierwszym kroku dowodzimy istnienia rozwiązań typu *mild solution* (rozwiązań w sensie całkowym) w przestrzeniach tzw. pseudomiar, tj. takich, że wyrażenie $|\xi|^\alpha |\hat{u}(\xi, t)|$ jest ograniczone dla pewnej wartości α (dobieranej do konkretnego zagadnienia).

Następnie podamy warunki dla których możemy wyznaczyć asymptotykę danego zagadnienia (do drugiego stopnia włącznie).

Najbardziej znanym przykładem zagadnienia, którego jądro K jest mocno osobliwe jest model Keller-Segela opisujący zjawisko chemotaksji:

$$u_t = \Delta u - \nabla \cdot (u \nabla v),$$

$$\Delta v = v - u.$$

W tym przypadku, jądro K jest potencjałem Bessla, a ∇K należy do $L^{q'}(\mathbf{R}^n)$ z $q' \in [1, \frac{n}{n-1})$, zatem spełnia kryteria jądra mocno osobliwego.