UKŁAD DYNAMICZNY W $l^\infty(\mathbb{Z})$ ZWIĄZANY Z RÓWNANIEM BURGERSA

B. Przeradzki[a]

Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej
Łódź
PRZERADZ@P.LODZ.PL

Abstrakt

Nieliniowe równania cząstkowe, gdy na zmienne przestrzenne nie nakładamy żadnych ograniczeń z trudem poddają się badaniom teoretycznym. Jednym ze sposobów uproszczenia problemu jest dyskretyzacja zmiennych przestrzennych. Wówczas równanie zamienia się na układ równań różniczkowych zwyczajnych na kracie $\mathbb{Z}$ lub ogólniejszej. Na przykład dla równania Burgersa $u_t + uu_x = du_{xx}$ jest to

$$\dot{x}_j = -\alpha x_j(x_{j+1} - x_j) + d(x_{j+1} - 2x_j + x_{j-1}), \quad j \in \mathbb{Z} \tag{1}$$

gdzie stałe α, d są dodatnie. Pewnym problemem jest wybór przestrzeni ciągowej X takiej, by rozwiązanie było funkcją $x : \mathbb{R} \to X$. Najwygodniejsza, bo hilbertowska, $l^2(\mathbb{Z})$ jest zbyt uboga; w pracy rozważamy naturalną dla problemu $l^\infty(\mathbb{Z})$. Takie podejście wykorzystywano dla równania reakcji-dyfuzji np. [1] dla poszukiwania fal wędrujących. Szersze omówienie można znaleźć w [2]. Przy tym wyborze układ dynamiczny posiada continuum punktów stałych: wszystkie ciągi stałe $x_j = c$ dla $j \in \mathbb{Z}$. Pokazujemy, że wszystkie rozwiązania układu startujące z otoczenia zbioru $K := \{(c)_j : \ c \in [-d/\alpha, 0]\}$ dążą do K przy $t \to +\infty$.

Literatura

[1] Chow, S.N., Mallet-Paret, J., Shen, W., *Travelling waves in lattice dynamical systems.*, J. Diff. Equations 149 (1998), pp. 248–291.

[2] Chow, S.N., *Lattice dynamical systems.* in Dynamical Systems, Lectures at C.I.M.E. 2000, Lecture Notes in Math. 1822 (2004), pp. 1-102.

[3] Przeradzki, B., *Lattice dynamical system associated with Burgers equation in* l^∞., w przygotowaniu.