MATEMATYCZNY MODEL ZAGADNIENIA KONTAKTOWEGO DLA CIAŁ LEPKOSPRĘŻYSTYCH Z DŁUGĄ PAMIĘCIĄ

Anna Ochal

Uniwersytet Jagielloński
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Informatyki, Kraków
OCHAL@II.UJ.EDU.PL

Abstrakt

Rozważamy zagadnienie kontaktowe pomiędzy ciałem lepkosprężystym i sztywnym podłożem. Własności materiału są opisywane przez prawo konstytutywne z tzw. długą pamięcią, a warunki kontakowe mają postać podróżniczki Clarke'a funkcji lokalnie lipchicowskich. Wariacyjne sformułowanie tego zagadnienia prowadzi do nierówności hemiwariacyjnej z całkowym składnikiem typu Volterry. Precyzyjniej, zbadamy następujący problem:

Znaleźć przemieszczenie $\mathbf{u}\colon (0,T) \to V$ *takie, że*

$$\begin{aligned} &\langle \mathcal{A}(t, \varepsilon(\mathbf{u}(t))) + \int_0^t \mathcal{C}(t-s)\varepsilon(\mathbf{u}(s))\, ds, \varepsilon(\mathbf{v})\rangle_{\mathcal{H}} + \\ &+ \int_{\Gamma_C} \Big(j_\nu^0(t, u_\nu(t); v_\nu) + j_\tau^0(t, \mathbf{u}_\tau(t); \mathbf{v}_\tau) \Big)\, d\Gamma \geq \\ &\geq \langle \mathbf{f}_0(t), \mathbf{v}\rangle_H + \langle \mathbf{f}_N(t), \mathbf{v}\rangle_{L^2(\Gamma_N;\mathbb{R}^d)} \quad \forall\, \mathbf{v} \in V, \quad \text{p.w. } t \in (0,T), \end{aligned}$$

gdzie $\mathcal{A}$ oznacza operator sprężystości, $\mathcal{C}$ jest operatorem relaksacji, $\varepsilon(\mathbf{u})$ oznacza zlinearyzowany tensor odkształcenia ($\varepsilon(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^\top)$), j_ν, j_τ są zadanymi potencjałami kontaktu, $\mathbf{f}_0$, $\mathbf{f}_N$ są gęstościami sił zewnętrznych i powierzchniowych. Normalną i styczną składową wektora przemieszczenia $\mathbf{u}$ oznaczamy przez u_ν i $\mathbf{u}_\tau$. Brzeg obszaru $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ jest podzielony na trzy części: Γ_D, Γ_N i Γ_C oraz $H = L^2(\Omega;\mathbb{R}^d)$, $\mathcal{H} = L^2(\Omega;\mathbb{R}_s^{d\times d})$ i $V = \{\, \mathbf{v} \in H^1(\Omega;\mathbb{R}^d) \mid \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ na } \Gamma_D \,\}$.

Stosując abstrakcyjne rezultaty z teorii operatorów pseudomonotonicznych oraz punktu stałego udowodnimy istnienie i jednoznaczność rozwiązań. Podamy przykłady wielowartościowych warunków kontaktowych i praw tarcia.

Literatura

S. Migorski, A. Ochal, M. Sofonea, *Analysis of a Frictional Contact Problem for Viscoelastic Materials with Long Memory*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B, submitted 2009.