ZMODYFIKOWANE RÓWNANIE SWIFTA–HOHENBERGA

Maria B. Kania[a]

[a]Instytut Matematyki, Uniwersytet Śląski
Katowice
MKANIA@MATH.US.EDU.PL

Abstrakt

Niech $\Omega \subset R^n$, $n \leq 7$, będzie niepustym ograniczonym zbiorem otwartym z brzegiem $\partial\Omega$ klasy C^4. Rozważmy paraboliczne równanie czwartego rzędu

$$u_t + (-\Delta)^2 u + \epsilon\Delta u + \delta^2 u + g(u) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \tag{1}$$

gdzie parametry ϵ oraz δ są dodatnie. Równanie to będziemy badać wraz z warunkami początkowo–brzegowymi

$$u(0, x) = u_0(x) \quad dla \quad x \in \Omega, \tag{2}$$

$$u(t, x) = \Delta u(t, x) = 0 \quad dla \quad x \in \partial\Omega, \quad t > 0. \tag{3}$$

Gdy parametr $\epsilon = 2$ a czynnik nieliniowy $g(u)$ jest postaci $u^3 - \alpha u^2 - \beta u + \gamma|\nabla u|^2$, $\alpha, \beta, \gamma \in R$, to równanie (1) możemy zapisać następująco

$$u_t + (I + \Delta)^2 u + u^3 - \alpha u^2 - \kappa u + \gamma|\nabla u|^2 = 0, \tag{4}$$

gdzie $\kappa = \beta - \delta^2 + 1$. Powyższe równanie znane jest w literaturze jako równanie Swifta–Hohenberga gdy $\alpha = \gamma = 0$ oraz jako zmodyfikowane równanie Swifta–Hohenberga gdy parametr $\alpha \neq 0$ lub $\gamma \neq 0$.

Zagadnienie (1)-(3) zbadamy na gruncie teorii półgrup. Pokażemy, że półgrupa generowana przez ten problem ma globalny atraktor w przestrzeni fazowej $H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$.

Literatura

[1] Kania, M., Modified SwiftHohenberg equation, Topological Method in Nonlinear Analysis, przyjęta do druku.

[2] Polat M., Global attractor for a modified Swift-Hohenberg equation Computers and Mathematics with Applications, 57, 2009, pp.62-66.

[3] Swift, J. B., Hohenberg P. C., Hydrodynamic fluctuations at the convective instability Phys. Rev. A, 15, 1977, pp. 319-328.