APROKSYMACJE BERNSTEINA DLA ZAGADNIENIA DIRICHLETA

Jacek Gulgowski

Instytut Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego
ul. Wita Stwosza 57
80-952, Gdańsk
DZAK@MAT.UG.EDU.PL

Abstrakt

Rozważamy zagadnienie brzegowe Dirichleta dla zagadnienia eliptycznego

$$\begin{cases} (Lu)(x,y) + \varphi(x,y,u(x,y)) = 0 & (x,y) \in \Omega \\ u(x,y) = 0 & (x,y) \in \partial\Omega \end{cases} \tag{1}$$

gdzie $\Omega \subset \mathbf{R^2}$ jest gładkim i ograniczonym obszarem na płaszczyźnie, zaś $\varphi : \overline{\Omega} \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ funkcją ciągłą spełniającą $\varphi(\cdot, 0) = 0$.

Definiujemy zagadnienie $(1)_n$ aproksymujące zagadnienie (1) jako:

$$\begin{cases} (Lu)(x,y) + B_n(\varphi(x,y,u(x,y))) = 0 & (x,y) \in \Omega \\ u(x,y) = 0 & (x,y) \in \partial\Omega \end{cases} \tag*{$(1)_n$}$$

gdzie $B_n : C_0(\overline{\Omega}) \to C(\overline{\Omega})$ jest odwzorowaniem, które odpowiedniemu przedłużeniu funkcji u przyporządkowuje jej wielomian Bernsteina. Tak zadane zagadnienie $(1)_n$ jest zagadnieniem skończenie wymiarowym.

Pokażemy, że aproksymacja ta zachowuje (dla odpowiednio dużych $n \in \mathbf{N}$) stopień Leray–Schaudera pola wektorowego stowarzyszonego z zagadnieniem (1). Wnioskiem z tej obserwacji będą pewne twierdzenia o istnieniu ciągu rozwiązań zagadnień $(1)_n$ zbieżnego do rozwiązania zagadnienia (1).