RÓWNANIE DYNAMIKI DYSLOKACJI W KRYSZTAŁACH

Piotr Biler[a]

[a]Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
Wrocław
BILER@MATH.UNI.WROC.PL

Abstrakt

W pracach wspólnych z Grzegorzem Karchem, Cyrilem Imbertem i Régisem Monneau rozważamy (dla $\alpha \in (0,2)$) nieliniowe równanie pseudoróżniczkowe

$$v_t + |v_x| \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)^{\alpha/2} v = 0$$

opisujące dynamikę dyslokacji w kryształach. Klasyczny model z $\alpha = 1$ pochodzi od A. K. Heada i N. Louata (1955).

Po skonstruowaniu rozwiązań lepkościowych w [2] wykazujemy, że asymptotyka rozwiązań zagadnienia Cauchy'ego (z warunkami początkowymi typu "schodka") jest określona przez specjalne rozwiązania automorficzne (dane jawnym wzorem).

Gęstość dyslokacji $u = v_x$ spełnia nielokalne równanie przypominające równanie ośrodków porowatych

$$u_t = \nabla \cdot \left(|u| \nabla^{\alpha-1} u \right),$$

gdzie operator $\nabla^{\alpha-1}$ ma symbol $i\xi|\xi|^{\alpha-2}$. Dla tego równania z $x \in R^d$ również zostaly skonstruowane rozwiązania automorficzne (przypominające rozwiązania Barenblatta) i pokazano oszacowania $L^1 - L^p$ z $p \in [1, \infty]$ (tzn. własność hiperkontraktywności).

Literatura

[1] Biler, P., Imbert, C., Karch, G., *L^p estimates and self-similar solutions for a fractional porous medium equation.*, w przygotowaniu.

[2] Biler, P., Karch, G., Monneau, R., *Nonlinear diffusion of dislocation density.*, Comm. Math. Phys., 294, 2010, pp. 145–168.