ISTNIENIE ROZWIĄZAŃ DLA ZAGADNIEŃ STEROWANIA OPTYMALNEGO

Sylwia Barnaś

Uniwersytet Jagielloński
Wydział Matematyki i Informatyki
Kraków

Abstrakt

Początki teorii sterowania sięgają połowy ubiegłego wieku. Sterowanie jest często interpretowane jako decyzja czy akcja osoby zarządzającej. Jej zadaniem jest wybór spośród możliwych strategii tej, która optymalizuje z góry ustalony cel. Narzędziem, które umożliwia taki wybór, jest optymalizacja funkcjonału kosztu.
Podamy matematyczne sformułowanie wyżej przedstawionego problemu. Będziemy rozważać następujące zagadnienie Cauchy'ego:

$$\begin{cases} x'(t) = b(t, x(t), u(t)) & \text{dla prawie wszystkich } t \in [0, T] \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$

gdzie $b : [0, T] \times \mathbb{R}^n \times U \to \mathbb{R}^n$, $u : [0, T] \to U$, zaś $x : [0, T] \to \mathbb{R}^n$. Dla takiego problemu można podać definicje sterowania dopuszczalnego oraz funkcjonału kosztu, którego optymalizacja będzie naszym głównym zadaniem. Jest on następującej postaci:

$$J(u) = \int_0^T f(t, x(t), u(t))dt + h(x(T)),$$

gdzie $f : [0, T] \times \mathbb{R}^n \times U \to \mathbb{R}$, zaś $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Okazuje się, że przy pewnych założeniach można wśród wszystkich sterowań dopuszczalnych znaleźć takie sterowanie, które będzie minimalizować wyżej określony funkcjonał kosztu.
Podobne rozumowanie przeprowadzimy również dla liniowego zagadnienia sterowania stochastycznego opisanego następującym równaniem stochastycznym:

$$\begin{cases} dx(t) = [Ax(t) + Bu(t)]dt + [Cx(t) + Du(t)]dW(t) & t \in [0, T], \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$

gdzie A, B, C i D są macierzami kwadratowymi $n \times n$ wymiarowymi. Okaże się, że w tym przypadku można również przy stosownych założeniach zoptymalizować funkcjonał kosztu, który w przypadku stochastycznym będzie odpowiednio zdefiniowany.

Literatura

[1] Jiongmin,Y., Zhou, Y, *Stochastic Controls. Hamiltonian Systems and HJB Equations*, Springer-Verlag 1999.

[2] Zabczyk, J., *Zarys matematycznej teorii sterowania*, Warszawa 1991.